

Στοιχεία Μηχανών

Διάλεξη 5

Άξονες και συνδέσεις

Παναγιώτης Αλευράς
(palevras@tuc.gr)

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

1

1

Αντοχή αξόνων

- Συνήθως χρησιμοποιούνται για την μεταφορά κίνησης ή ισχύος μέσω περιστροφής.
- Απαιτητική αντοχή, άρα συνήθως κατασκευάζονται από χάλυβα (πχ St70)
- Κυρίως η αντοχή υπολογίζεται σε:
 - Στατικό φορτίο
 - Κόπωση
 - Καμπτική και
 - στρεπτική μετατόπιση



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

2

2

Στατικά φορτία

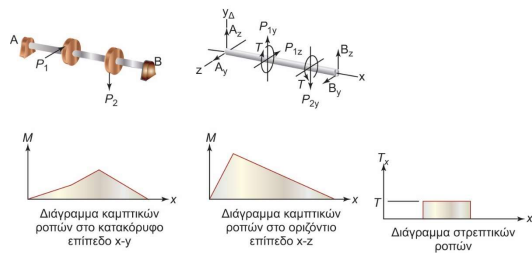


- Οι άξονες σε στατική φόρτιση αντιμετωπίζονται ως δοκοί
- Κυρίως, ενδιαφερόμαστε για **κάμψη** και **στρέψη**. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου εφελκυσμός/θλίψη αναπτύσσονται και πρέπει να λαμβάνονται υπόψη.

Για κυκλική διατομή:

$$\sigma_x = 32M/\pi d^3$$

$$\tau_{xy} = 16T/\pi d^3$$



- Τα βασικά εργαλεία υπολογισμού ακολουθούν την διαδικασία των κριτηρίων Tresca και Von Mises.

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

3

3

Στατικά φορτία



- Οι άξονες θα δέχονται συνδυαστική καταπόνηση (πχ κάμψη και στρέψη)

Μέγιστη Διατμητική Τάση (Tresca)

$$\sigma_{A,B} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{16M}{\pi d^3} \pm \sqrt{\left(\frac{16M}{\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{16T}{\pi d^3}\right)^2}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{2} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2} \leq \frac{S_y}{2N}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32N}{\pi S_y} \sqrt{M^2 + T^2}}$$

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

4

4

Στατικά φορτία



- Οι άξονες θα δέχονται συνδυαστική καταπόνηση (πχ κάμψη και στρέψη)

Έργο Παραμόρφωσης (von Mises)

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \frac{32M}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + \frac{3}{4}T^2}$$

$$\sigma' = \frac{32M}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + \frac{3}{4}T^2} \leq \frac{S_y}{N}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32N}{\pi S_y} \sqrt{M^2 + \frac{3}{4}T^2}}$$

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

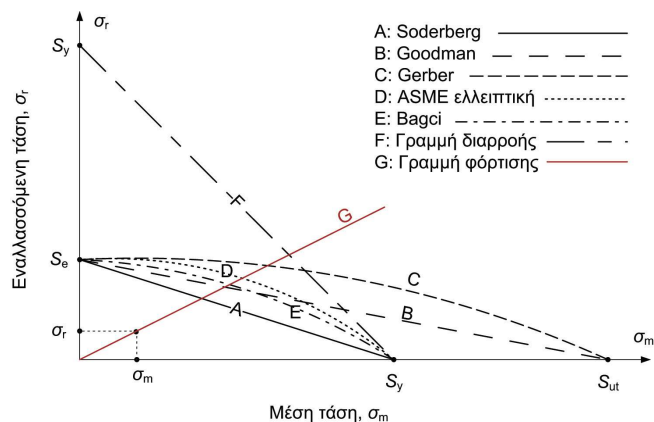
5

5

Δυναμικά φορτία



- Ακολουθεί την διαδικασία ελέγχου κόπωσης υλικού, πχ κάθε εντατική κατάσταση κάτω από την γραμμή Soderberg έχει άπειρη διάρκεια ζωής κατά Soderberg



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

6

6

Κριτήρια κόπωσης



- Κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μία από τις παρακάτω εξισώσεις

A: $\frac{N\sigma_r}{S_e} + \frac{N\sigma_m}{S_y} = 1$	(Soderberg)	$\sigma_{eq} = \sigma_m + \sigma_r \frac{S_y}{S_e} = \frac{S_y}{N}$
B: $\frac{N\sigma_r}{S_e} + \frac{N\sigma_m}{S_{ut}} = 1$	(Goodman)	$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{S_{ut}}{S_e} \sigma_r = \frac{S_{ut}}{N}$
C: $\frac{N\sigma_r}{S_e} + \left(\frac{N\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$	(Gerber)	$\sigma_{eq} = \sigma_m^2 \frac{N}{S_{ut}} + \sigma_r \frac{S_{ut}}{S_e} = \frac{S_{ut}}{N}$
D: $\left(\frac{N\sigma_r}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{N\sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1$	(ASME elliptic)	$\sigma_{eq}^2 = \sigma_m^2 + \sigma_r^2 \left(\frac{S_y}{S_e}\right)^2 = \left(\frac{S_y}{N}\right)^2$
E: $\frac{N\sigma_r}{S_e} + \left(\frac{N\sigma_m}{S_y}\right)^4 = 1$	(Bagci)	$\sigma_m^4 \left(\frac{N}{S_y}\right)^3 + \sigma_r \frac{S_y}{S_e} = \frac{S_y}{N}$
F: $\frac{N}{S_y} (\sigma_r + \sigma_m) = 1$	(Γραμμή διαρροής)	$\sigma_{eq} = (\sigma_r + \sigma_m) = \frac{S_y}{N}$

Σελ. 456 (Παπαδόπουλος)

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

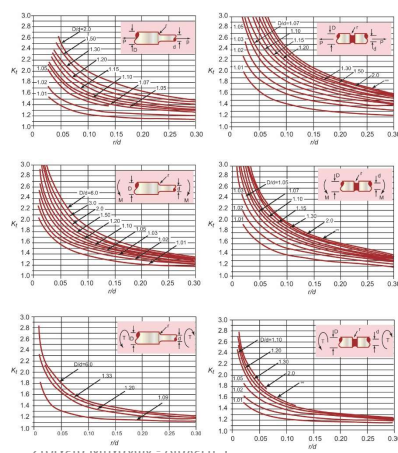
7

7

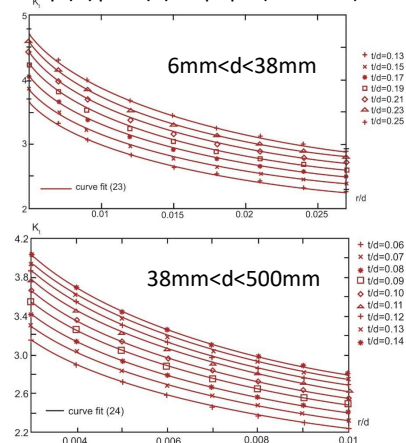
Συντελεστές συγκέντρωσης τάσεων



- Οι άξονες είναι συνήθως χαλύβδινοι (όλκιμο), άρα οι συντελεστές συγκέντρωσης τάσεων επηρεάζουν την δυναμική αντοχή.



Κάμψη με σφηνόδρομο (Petersen)



8

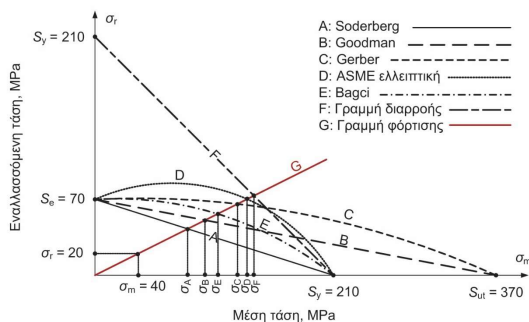
Παράδειγμα



Αν στο κρίσιμο σημείο άξονα έχουμε $\sigma_m = 40 \text{ MPa}$, $\sigma_r = 20 \text{ MPa}$ με υλικό $S_u = 370 \text{ MPa}$, $S_y = 210 \text{ MPa}$, $S_e = 70 \text{ MPa}$. Να βρεθεί ο συντελεστής ασφαλείας σύμφωνα με όλα τα κριτήρια

Εφαρμογή με Gerber

$$\frac{N_C \sigma_r}{S_e} + \left(\frac{N_C \sigma_m}{S_u} \right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{N_C 20}{70} + \left(\frac{N_C 40}{370} \right)^2 = 1 \Rightarrow N_C = 3.18$$



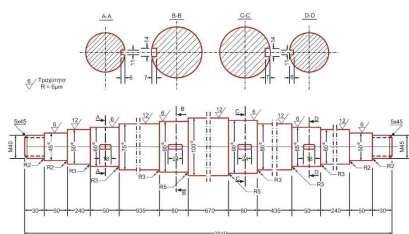
Γραφική μέθοδος

1. Σχεδιάζω το σημείο φόρτισης
2. Σχεδιάζω την γραμμή φόρτισης G
3. Βρίσκω το σημείο τομής της G με την καμπύλη (πχ C)
4. $N_C = \sigma_C / \sigma_m$

9

9

Σχεδιασμός αξόνων



Στόχος είναι η επιλογή διαμέτρου, τρόπου σύνδεσης και ποιότητας κατασκευής

Λόγω κάμψης και στρέψης, θα έχουμε συνδυασμό ορθών και διατμητικών εναλλασσόμενων τάσεων

Εξίσωση Soderberg: $\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\sigma_m + \sigma_r \frac{S_y}{S_e} \right)^2 + a \left(\tau_m + \tau_r \frac{S_{sy}}{S_{se}} \right)^2}$ $a = 3$ (von Mises) $a = 4$ (Tresca)

Αντικαθιστώντας τους τύπους των τάσεων και λύνοντας ως προς τη διάμετρο:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32N}{\pi S_y} \sqrt{\left(M_m + M_r \frac{S_y}{S_e} \right)^2 + \frac{a}{4} \left(T_m + T_r \frac{S_{sy}}{S_{se}} \right)^2}}$$

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

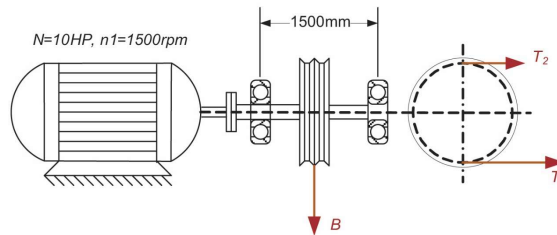
10

10

Παράδειγμα



Η/Κ κινεί την παρακάτω ιμαντοκίνηση με $B = 1\text{ kN}$, $T_1 + T_2 = 4\text{ kN}$ και υλικό άξονα St70 με $S_y = 370\text{ MPa}$, $S_e = 800\text{ MPa}$.



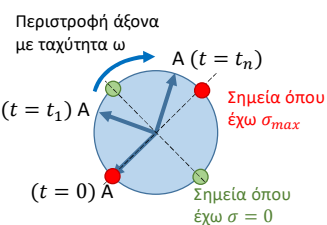
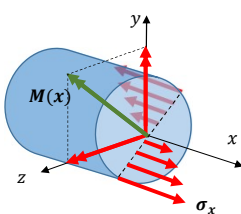
Λύση: Παπαδόπουλος, Στοιχεία Μηχανών, σελίδες 460-461.

Παράδειγμα



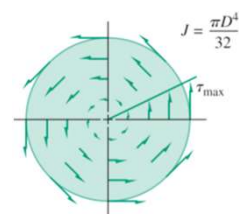
- Οι ορθές τάσεις (κάμψη) είναι εναλλασσόμενες και οι διατμητικές (στρέψη) είναι σταθερές
- Άρα, $\sigma_m, \sigma_r, \tau_m \neq 0$ και $\tau_r = 0$

Κάμψη



Το υλικό στο σημείο A έχει μέγιστες ορθές τάσεις σε δύο θέσεις, και μηδενικές σε δύο άλλες θέσεις για κάθε περιστροφή του άξονα

Στρέψη



Σταθερή στρεπτική ροπή T

Σταθερή μέγιστη τάση στην περιφέρεια της διατομής

Κρίσιμες ταχύτητες αξόνων



Ταχύτητες περιστροφής στις οποίες ο άξονας υφίσταται συντονισμό.

$$\text{Δίνονται από: } f_n(\text{rpm}) = \frac{60}{2\pi} \omega_n = 30 \frac{n^2 \pi}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad \text{για } n = 1, 2, 3 \dots$$

Ο σχεδιασμός ενός άξονα και της μηχανής πρέπει να αποφεύγει την λειτουργία της σε αυτές τις ταχύτητες περιστροφής

<https://www.youtube.com/watch?v=aNkicayIWZ4>

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

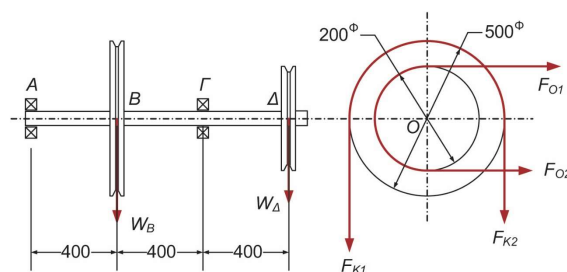
13

13

Παράδειγμα



- Λύση: Παπαδόπουλος, Στοιχεία Μηχανών, σελ. 474-477

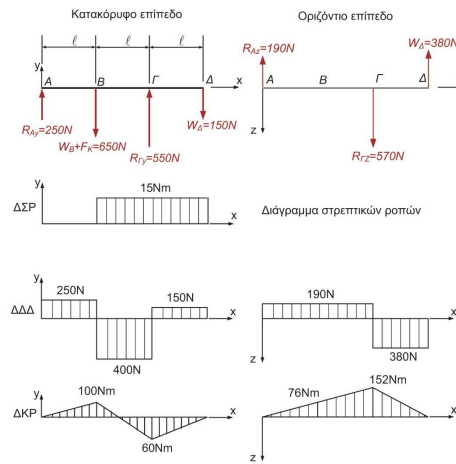


Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

14

14

Παράδειγμα



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

15

15



Ερωτήσεις?

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 5

16

16